Grundpraktikum

M6 innere Reibung

Julien Kluge

1. Juni 2015

Student: Julien Kluge [redacted]
Partner: [redacted]

Betreuer: Pascal Rustige

Raum: 215

Messplatz: 2

Inhaltsverzeichnis

1 Abstract

Körper, welche sich durch Flüssigkeiten bewegen, erfahren eine der Bewegungsrichtung entgegengesetzte Kraft. Diese ist das makroskopische Resultat innerer Reibungskräfte der Teilchen in dieser Flüssigkeit. Sie kann über die Größe der Viskosität η [Pa $\cdot$ s] beschrieben werden. Für Rizinusöl wurden in einem Experiment somit folgende Werte bestimmt:

- Viskosität: $\eta \approx (846.87 \pm 5.29)\text{Pa} \cdot \text{s}$
- Viskosität mit Korrekturterm: $\eta_{\text{korr.}} \approx (762.68 \pm 4.94)\text{Pa} \cdot \text{s}$ (763+-5)

Daraus folgt die kinematische Viskosität mit $\nu \approx (9.01 \pm 0.11)\text{m}^2/\text{s}$ und mit dem Korrekturterm zu $\nu \approx (8.11 \pm 0.10)\text{m}^2/\text{s}$.

2 Versuchsdurchführung/-Erklärung

Der durchgeführte Versuch bestand aus einem Glaszylinder, gefüllt mit Rizinusöl. Es wurden nun Metallkugeln unterschiedlicher Größe, Dichte und Masse von oben in den Zylinder gegeben. Diese waren damit dreierlei Kräften ausgesetzt: der Schwerkraft, dem Auftrieb und der Reibungskraft der Flüssigkeit. Dabei wirken die Auftriebskraft und Reibung entgegen der Bewegung. Somit ergibt sich ein Kräftegleichgewicht:

$$F_g + F_A + F_R = 0$$
$$m \cdot g - \frac{4\pi}{3} r_{\mathrm{K}}^3 g \cdot \rho_{\mathrm{Fl}} + F_R = 0$$

Für die Reibungskraft wird nun die, zur Geschwindigkeit proportionale, Stok'sche Reibung $F_R = -6\pi\eta \cdot r_{\mathrm{K}} \cdot v$ für eine Kugel eingesetzt und die Formel nach der Viskosität umgestellt.

$$\eta = \frac{2}{9} r_{\mathrm{K}}^2 \cdot g \frac{\rho_{\mathrm{K}} - \rho_{\mathrm{Fl}}}{v} \tag{1}$$

Vor dem eigentlichen Versuch wurden testweise Kugeln eingesetzt, um den Punkt zu finden an dem Kräftegleichgewicht herrscht. Somit wurde eine 20cm lange Strecke gewählt.

3 Mess-/Fehlerwerte und Auswertung

Die Zeitmessungen wurden über eine Stoppuhr und die Strecke über Markierungen abgelesen. Bei der Uhr beträgt die Abweichung $\pm(0.1 + 10^{-4} \cdot t)$. Für die Strecke wurde eine sehr kleine Ungenauigkeit von $\pm$1mm abgeschätzt, welche zu der Abweichung der Uhr vernachlässigbar ist. Die Unsicherheiten für die Geschwindigkeit wurden über die Gauß'sche Fehlterfortpflanzung ermittelt. Dabei ergeben sich folgende Geschwindigkeiten:

- $\approx$ 1mm-Kugel: $v \approx (4.70 \pm 0.03) \cdot 10^{-3} \mathrm{m/s}$
- $\approx$ 2mm-Kugel: $v \approx (18.19 \pm 0.10) \cdot 10^{-3} \mathrm{m/s}$
- $\approx$ 3mm-Kugel: $v \approx (39.72 \pm 0.28) \cdot 10^{-3} \mathrm{m/s}$
- $\approx$ 4mm-Kugel: $v \approx (68.28 \pm 0.59) \cdot 10^{-3} \mathrm{m/s}$

Der Zusammenhang der Geschwindigkeit v zum Kugeldurchmesser ist in Abb. 1 gezeigt. Es ist schnell ersichtlich, dass die Kugel mit 4mm Durchmesser nicht mehr linear eingeht. Dies wird später noch begründet.
Setzt man die vorhandenen Werte nun in 1 ein (die Erdbeschleunigung g ist aus Quelle 2 bekannt) kann man die Viskosität für die einzelnen Messreihen errechnen. Der Fehler wurde mit

$$\sqrt{\left(\frac{d \cdot g(\rho_K - \rho_{FL})}{9v} \cdot u_d\right)^2 + \left(\frac{d^2 \cdot (\rho_K - \rho_{FL})}{18v} \cdot u_g\right)^2 + \left(\frac{d^2 \cdot g(\rho_K - \rho_{FL})}{18v^2} \cdot u_v\right)^2 + \left(\frac{d \cdot g}{18v}\right)^2 \left(u_{\rho(K)} + u_{\rho(Fl)}\right)^2}$$

abgeschätzt. Somit ergeben sich folgende Werte:

- $\eta_1 \approx (783.67 \pm 24.90) \mathrm{mPa \cdot s}$

- $\eta_2 \approx (826.77 \pm 10.49)\mathrm{mPa} \cdot \mathrm{s}$
- $\eta_3 \approx (851.03 \pm 9.19)\mathrm{mPa} \cdot \mathrm{s}$
- $\eta_4 \approx (864.74 \pm 8.71)\mathrm{mPa} \cdot \mathrm{s}$

(847+-6)

Diese werden nun mit der Gewichtung $C_i = \frac{1}{u_i^2}$ gemittelt und es ergibt sich ein gesamter Wert für die Viskosität des Rizinusöles von $\eta_{\mathrm{ges}} \approx (846.87 \pm 5.29)\mathrm{mPa} \cdot \mathrm{s}$.
Führt man nun (da der Zylinder nach Formel 1 einen unendlichen Radius haben müsste) ein Korrekturterm für den endlichen Zylinderradius ein, ändert sich die Formel zu:

$$\eta_{\mathrm{korr}} = \frac{2}{9} r_K^2 g \frac{\rho_K - \rho_{\mathrm{Fl}}}{v\left(1 + \frac{21 r_K}{10 r_Z}\right)}$$

wobei r_Z der Radius des Zylinders ist. Dieser wurde über mehrfache Messungen gemittelt, wobei der Fehler mit zwei Millimeter abgeschätzt wurde, da das Messen des Außendurchmessers am unteren Ende minus das zweifache der Dicke der Wand des Zylinders eine Abweichung zum Innendurchmesser oben um ca 1.7mm ergeben hat. Mit den gleichen Werten und gewichteten Mittel errechnet sich die neue Viskosität zu: $\eta_{\mathrm{ges-korr}} \approx (762.68 \pm 4.94)\mathrm{mPa} \cdot \mathrm{s}$.
Mithilfe derer lässt sich nun die kinematische Viskosität bestimmen, welche definiert ist mit:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

Eingesetzt ergibt sich $\nu \approx (9.01 \pm 0.11) \cdot 10^{-4}\mathrm{m^2/s}$ und mit dem Korrekturterm $\nu \approx (8.11 \pm 0.10) \cdot 10^{-4}\mathrm{m^2/s}$. Verwendet man noch die Ergebnisse der Viskositäten und Geschwindigkeiten, kann man die Reynoldszahl bestimmen:

$$\mathrm{Re} = \frac{v \cdot l \cdot \rho_{\mathrm{Fl}}}{\eta}$$

wobei $l = r_K$.
Dabei sind die Werte für die kleineren Kugeln $(1-3\mathrm{mm})$ sehr klein gegenüber Eins (Maximum: ≈ 0.07). Für die größte Kugel ist die Reynoldszahl mit RE ≈ 0.15, beziehungsweise mit Korrekturterm 0.17, nicht mehr vernachlässigbar kleiner Eins.
Das erklärt die oben angesprochene lineare Unabhängigkeit zu den Werten der anderen Kugeln. Es folgert sich, dass die große Kugel zwar noch eine laminare Strömung besitzt, deren Reibungskraft jedoch bereits nicht mehr linear von der Geschwindigkeit abhängt.

4 Fehler-/Ergebniseinschätzung

Vergleicht man die errechneten Werte mit dem Literaturwert aus Quelle 3 (für 20°C), stellt man fest, dass dieser deutlich größer ist. Das kann multiple Gründe haben. Angefangen damit, dass die Konzentration des Rizinusöl nicht bekannt war und es der Raumluft ausgesetzt war, wodurch sich diese hätte ändern können (Zunahme des Wassergehaltes, Fremdteilchen etc.). Bei Anstieg der Wasserkonzentration durch die Luftfeuchtigkeit (welche als Hauptänderung der Konzentration angesehen werden kann), würde die Viskosität sinken, da Wasser einen deutlich kleineren Wert aufweist. Außerdem wurde der Literaturwert für 20°C angegeben. Im Raum war es jedoch circa vier Kelvin wärmer, was ebenfalls zu einer kleineren Viskosität führt. Das diese Abweichung den Wert stark verändern kann, sieht man an der Temperaturabhängigen (die Temperatur geht exponentiell ein) Beschreibung der Viskosität mit

$$\eta = \eta_0 \exp\left(\frac{a}{T}\right)$$

Das Ergebnis mit dem Korrekturterm darf wohl kritisch beäugt werden, da der empirische Faktor eine weitere Fehlerquelle darstellt. Außerdem ergab sich, dass nahe am Rand eingeworfene Kugeln keine merklich kleinere Geschwindigkeit aufwiesen. Dies begründet sich in der Viskosität des Öls, so dass der Geschwindigkeitsgradient sehr schnell nach außen hin fällt. Wie ebenfalls schon gezeigt, ist die vier Millimeter große Kugel bereits in einem nicht linearen Bereich in Bezug auf die Geschwindigkeit-Reibungskraft-Relation (Reynoldszahl erfüllt mit circa 0.15 nicht die Bedingung: RE $\ll$ 1). Hierbei muss allerdings gesagt werden, dass dieser Umstand nichtsdestotrotz den Wert für die Viskosität leicht in Richtung Literaturwert verschoben hat.

5 Anlagen

5.1 Abbildungen

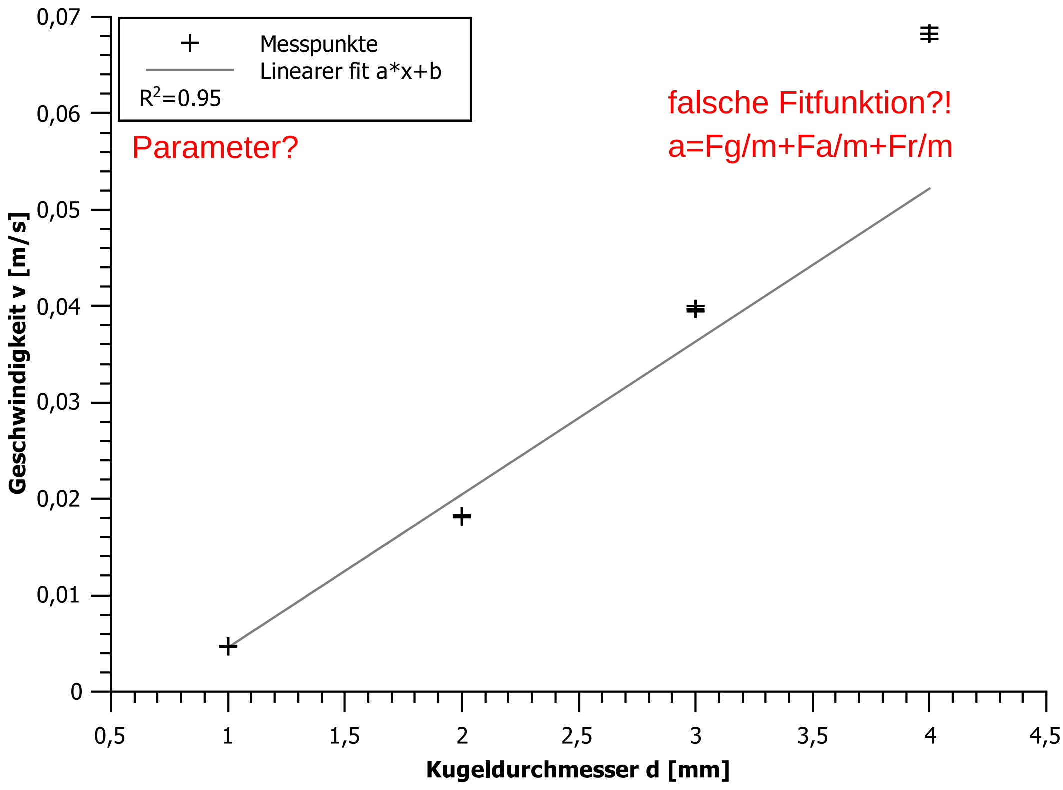
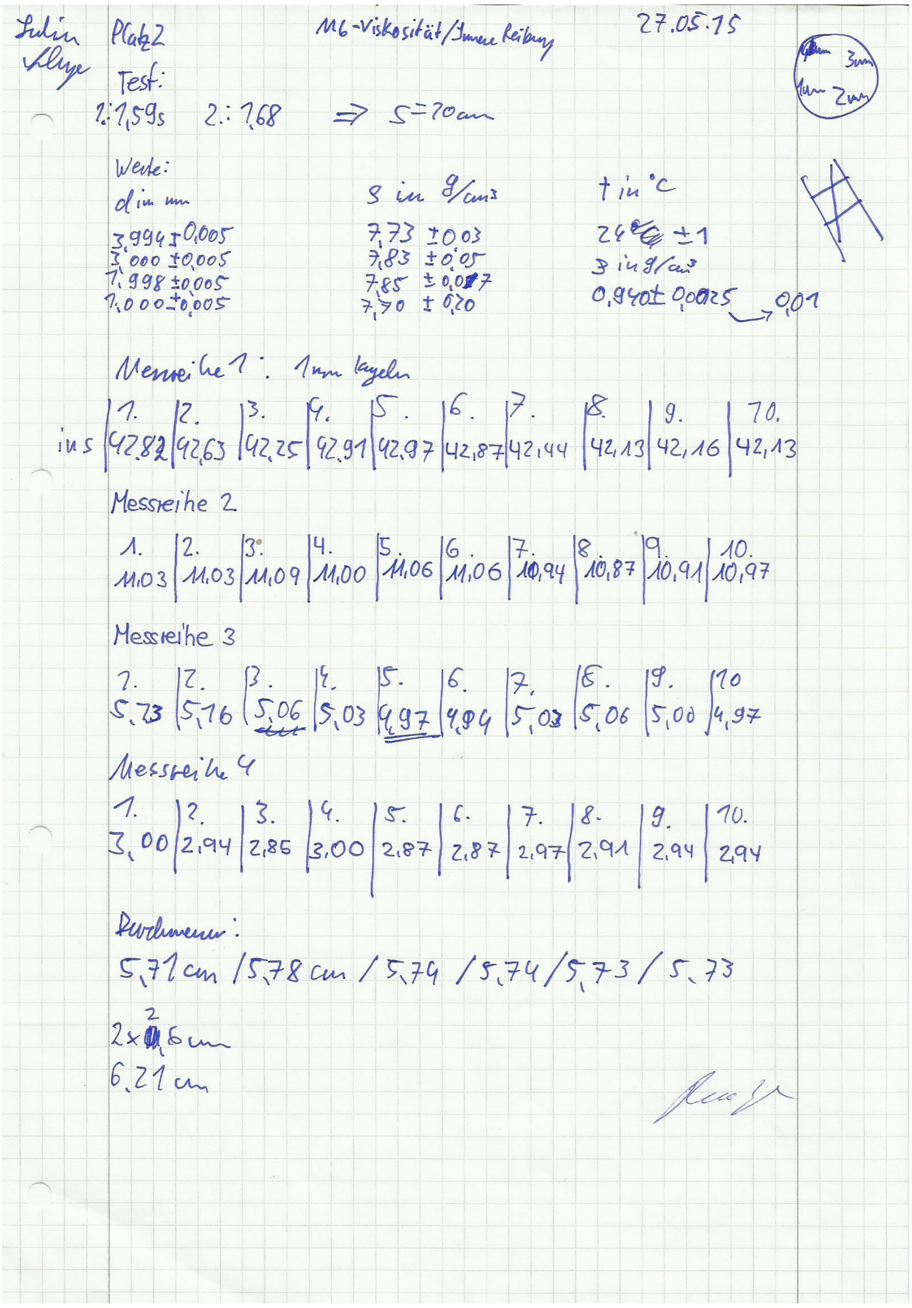


Abbildung 1: Sinkgeschwindigkeit v in Abhängigkeit zum Kugeldurchmesser und eingefügten linearen Fit

5.2 Aufgenommene Messwerte


Platz 2 M6-Viskosität/Innere Reibung 27.05.15

Test:
1: 1,59 s 2.: 1,68 ⇒ s = 10 cm

Werte:

d in mm	ρ in g/cm³	t in °C
3,994 ± 0,005	7,73 ± 0,03	24 °C ± 1
3,000 ± 0,005	7,83 ± 0,05	ρ in g/cm³
1,998 ± 0,005	7,85 ± 0,07	0,940 ± 0,0025 → 0,01
1,000 ± 0,005	7,70 ± 0,20	

Messreihe 1: 1mm Kugeln

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
in s	42,82	42,63	42,25	42,91	42,97	42,87	42,44	42,13	42,16	42,13

Messreihe 2

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11,03	11,03	11,09	11,00	11,06	11,06	10,94	10,87	10,91	10,97

Messreihe 3

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10
5,13	5,16	5,06	5,03	4,97	4,94	5,03	5,06	5,00	4,97

Messreihe 4

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
3,00	2,94	2,85	3,00	2,87	2,87	2,97	2,91	2,94	2,94

Durchmesser:
5,71 cm / 5,78 cm / 5,74 / 5,74 / 5,73 / 5,73

2 × 2,6 cm
6,21 cm

6 Quellen

1. Script zum Grundpraktikum *(Formeln, Versuchsbeschreibung)*
2. PTB *Wert der Erdbeschleunigung* $g \approx (9.812614 \pm 0.000020)\mathrm{m/s^2}$
   abgerufen: 28.05.2015 16:10 - http://www.ptb.de/cartoweb3/SISproject.php
3. Kremer Pigmente *Wert der Viskosität von Rizinusöl bei* 20°C $\eta \approx 997\mathrm{mPa}\cdot\mathrm{s}$
   abgerufen 28.05.2015 18:00 - http://www.kremer-pigmente.com/media/filespublic/73670.pdf